Conclusion :Les suites u et v sont convergentes et converge vers la même limite.

Exercice 5

1. Pour tout nombre complexe z, on pose $P(z) = z^3 - 3z^2 + 3z + 7$.

a. Calcul de P (− 1).

$P(-1) = (-1)^3 - 3(-1)^2 + 3(-1) + 7 = -1 - 3 - 3 + 7 = 0$ donc (-1) est une racine de P.

b. Déterminons les réels a et b tels que pour tout nombre complexe z, on ait : $P(z) = (z + 1)(z^2 + az + b)$.

(-1) est une racine de P donc il existe deux nombres complexes a et b tels que :$P(z) = (z + 1)(z^2 + az + b)$ d'où :

$z^3 - 3z^2 + 3z + 7 = z^3 + (1+a)z^2 + ((a + b)z + b$ donc :

$1+ a = -3$; $(a + b) = 3$ et $b = 7$ d'où : $a = -4$ et $b = 7$

$P(z) = (z + 1)(z^2 - 4z + 7)$

c. Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation $P(z) = 0$.

$P(z) = 0$ si $z = (-1)$ ou $z^2 - 4z + 7 = 0$ le discriminent réduit est $(-3) = (i\sqrt{3})^2$

d'où $z = 2 + i\sqrt{3}$ ou $z = 2 - i\sqrt{3}$; $S_C = \{-1 ; 2 + i\sqrt{3} ; 2 - i\sqrt{3}\}$

2. Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormé direct $(O; \vec{u}, \vec{v})$.(Unité graphique : 2 cm.) On désigne par A, B, C et G les points du plan d'affixes respectives :

$$Z_A = -1;\ Z_B = 2 + i\sqrt{3};\ Z_C = \overline{Z_B}\ ;\ Z_G = 3$$

a. Réaliser une figure et placer les points A, B, C et G.

Qarray.tn-Agra Blech- Qarray.tn